

Interazione e Complessità

Proposta di rinnovo del programma di ricerca comune
nel quadro dell'accordo Bilaterale CNR-CNRS

La proposta di seguito descritta riguarda la continuazione per il biennio 2006-2007 del progetto di ricerca esistente (n. 16251, 2004) con lo stesso titolo "Interazione e Complessità" (responsabili: M. Pedicini (CNR) e P. Baillot (LIPN - CNRS)).

Il progetto è frutto di una collaborazione tra un gruppo di ricercatori italiani e francesi, e per il biennio 2006-2007 avrà i seguenti responsabili di progetto:

- Marco Pedicini, Ricercatore presso:
Consiglio Nazionale delle Ricerche,
Istituto per le Applicazioni del Calcolo, "M. Picone"
(direttore Michiel Bertsch)
Viale del Policlinico 137 - 00161 Roma
ITALIA
- Olivier Laurent, Chercheur CNRS presso:
Equipe Preuves, Programmes et Systemes
(direttore Pierre-Louis Curien),
PPS, CNRS UMR 7126 - CASE 7014
2 Place Jussieu, 75251 Paris cedex 05,
FRANCE

Altri partecipanti italiani:

- Vito Michele Abrusci (Professore Ordinario, Dip. Filosofia, Università di Roma Tre),
- Paolo Coppola (Ricercatore, Dip. Matematica e Informatica, Univ. Udine),
- Claudia Faggian (Ricercatore, Dip. Matematica, Univ. Padova),
- Roberto Maieli, (Ricercatore, Dip. Filosofia, Università di Roma Tre),
- Lorenzo Tortora de Falco (Professore Associato, Dip. Filosofia, Università di Roma Tre).

Altri Partecipanti francesi:

- Jean-Marc Andreoli (Direttore di Ricerca, Centro Ricerche Xerox, Grenoble),
- Patrick Baillot (Ricercatore CNRS, LIPN - Paris 13),
- Pierre Boudes (Ricercatore, LIPN - Paris 13),
- Virgile Mogbil (Ricercatore, LIPN - Paris 13),
- Paul Ruet (Ricercatore CNRS, IML - Marseille).

1 Introduzione: complessità, interazione e logica.

In questa sezione riportiamo la descrizione sintetica del contesto scientifico della proposta.

1.1 La teoria della complessità

La ricerca di soluzioni algoritmiche di problemi è una questione che da lungo tempo interessa la matematica. È stato possibile dimostrare, grazie allo sviluppo della logica matematica, che alcuni problemi non ammettono soluzione algoritmica. Questi lavori, e in particolar modo l'introduzione della *macchina di Turing* hanno influenzato in modo determinante la nascita dell'informatica, dei primi calcolatori e dei primi linguaggi di programmazione.

In informatica, l'efficienza degli algoritmi è diventato un tema fondamentale. La teoria della complessità algoritmica classifica i problemi a seconda del tempo e/o spazio necessari agli algoritmi per risolverli: la classe PTIME è quella dei problemi risolubili in tempo polinomiale e NPTIME quella dei problemi per i quali una soluzione potenziale può essere verificata in tempo polinomiale. La questione della distinzione (o uguaglianza) di queste due classi è uno dei più importanti problemi aperti dell'informatica teorica.

La teoria classica della complessità studia principalmente algoritmi sui numeri interi, mentre in alcuni domini rilevanti per la matematica applicata come l'analisi numerica, ci interessa lavorare su algoritmi che manipolano numeri reali o numeri complessi. Per questo Blum, Shub e Smale alla fine degli anni '80 hanno introdotto una nozione di macchina di Turing per il calcolo sui numeri reali, e più in generale su anelli, e hanno definito le classi di complessità relativamente alla struttura algebrica considerata.

Faremo riferimento a questa teoria come al modello BSS, e si parlerà di classe BSS-PTIME per le funzioni computabili in tempo polinomiale deterministico su queste macchine.

1.2 Logica e computazione

Il tentativo di elaborare un quadro teorico soddisfacente nel quale studiare la questione PTIME=NPTIME ha portato i ricercatori a rivolgersi a discipline prossime a quelle dell'informatica teorica; in particolare, uno dei primi approcci alla questione consiste nel riformulare il problema in modo da non dipendere dal particolare modello di calcolo utilizzato per formulare il problema (in questo caso, senza fare ricorso alla nozione di macchina di Turing): questo approccio prende il nome di "teoria della complessità implicita". Tra le discipline coinvolte in questo approccio, la logica matematica occupa un ruolo importante; la teoria della dimostrazione, il lambda-calcolo, la teoria dei modelli finiti sono le discipline che hanno raccolto la sfida lanciata dallo studio della teoria della complessità fornendo delle caratterizzazioni più astratte e matematicamente meglio strutturate delle classi di complessità.

1.3 Logica Lineare e interazione

Lo studio degli invarianti matematici del calcolo (la semantica denotazionale) fornisce una rappresentazione più matematica degli oggetti sintattici quali le dimostrazioni ed i programmi. Questo stesso studio ha portato alla scoperta della logica lineare (LL) verso la metà degli anni ottanta. Conseguenza notevole è stata l'introduzione delle reti dimostrative (proof-net) che forniscono una rappresentazione geometrica del calcolo.

Proprio il carattere geometrico delle dimostrazioni ha portato a vedere la logica come uno spazio in cui gli oggetti interagiscono liberamente tramite l'eliminazione del taglio. Questo porta ad elaborare sintassi in cui gli agenti di calcolo sono interamente descritti dalla struttura delle

loro interazioni. È questo approccio che caratterizza la geometria dell'interazione, la ludica, e la semantica dei giochi.

Il lavoro di raffinamento della struttura del calcolo ha portato al sistema “Light Linear Logic” (LLL) ed alle sue varianti. Nel fornire una caratterizzazione puramente logica di PTIME, LLL indica anche che l'interazione tra dimostrazioni in logica lineare costituisce un quadro particolarmente appropriato all'analisi dei fenomeni di complessità.

2 Obiettivi del Progetto

Il punto di partenza per l'estensione dell'attività di ricerca che proponiamo sono i lavori in collaborazione che i membri dei due gruppi hanno già avuto occasione di produrre nel corso degli anni passati, anche grazie al finanziamento passato.

Negli ultimi tre anni la collaborazione tra i nostri laboratori ed istituti ha inoltre coinvolto un certo numero di dottorandi che lavorano in collaborazione con i ricercatori del progetto. E' naturale quindi che alcuni di questi studenti di dottorato vicini ai temi che abbiamo presentato verranno coinvolti attivamente nel progetto. Ricordiamo inoltre che alcuni di loro svolgono una tesi in cotutela tra i laboratori in questione: Vincent Atassi, e Jean-Baptiste Bianquis sono in tesi a Parigi, Daniel de Carvalho, è in cotutela tra Parigi PPS e Marsiglia, Anne Crumière è in tesi a Marsiglia, Damiano Mazza è studente del dottorato in Mathematiques discrettes et Fondements de l'Informatique Marsiglia sotto la direzione congiunta di Laurent Regnier (Universite de la Mediterranee) e Vito Michele Abrusci (Roma Tre), Michele Pagani e Gabriele Pulcini sono in cotutela tra l'Università Roma Tre e Marsiglia e infine Paolo Tranquilli è in tesi a Roma Tre.

I temi che tratteremo sono una estensione di quelli presenti nel precedente progetto con l'integrazione di tematiche più applicative:

- sistemi a complessità implicita e teoria della complessità algebrica;
- semantica denotazionale e complessità;
- sistemi di assegnazione dei tipi, complessità e logica lineare;
- geometria dell'interazione ludica e complessità.

2.1 Tema: complessità implicita e complessità algebrica (M. Pedicini, P. Baillot, P. Tranquilli)

Il modello BSS è alla base della nozione di complessità per le computazioni con i numeri reali, e benchè non sia un modello effettivo di computazione ha dato luogo ad uno studio approfondito del concetto di computazione relativizzabile alle strutture algebriche considerate. La teoria che ne emerge è ricca di risultati ma anche difficile da applicare in concreto, anche se segue un approccio derivato dallo studio della complessità degli algoritmi numerici. Altri sistemi formali sono stati studiati per affrontare questo stesso problema: ad esempio, a partire dai lavori sulla complessità computazionale per l'analisi (CCA) oppure quello per l'aritmetica esatta con i reali derivato dalla semantica denotazionale alla Scott per i linguaggi di programmazione.

Un'obiettivo del progetto sarà di cercare di estendere l'approccio del tipo ICC sviluppato nel lavoro Baillot-Pedicini su BSS e LLL per adattarlo ai sistemi per lo studio della computabilità in analisi.

2.2 Tema: Complessità geometrica delle dimostrazioni della logica lineare (V. M. Abrusci, J.-M. Andreoli, A. Crumière, V. Mogbil, P. Ruet, R. Maieli, G. Pulcini).

Risultati recenti di F. Metayer stabiliscono uno stretto legame tra una nozione di complessità di una dimostrazione logica (nel sistema della logica lineare) basata sulla commutatività e la complessità topologica della rete dimostrativa (proof-net) associata alla dimostrazione stessa, definita come il minimo grado della superficie su cui è possibile disegnare la rete senza incroci. Questa superficie può essere calcolata esplicitamente (Gaubert, Ruet) sequenzializzando il proof-net in un sistema formale derivato dalla logica lineare, estendendo i sequenti con un intero e una permutazione. Questo calcolo detto logica permutativa costituisce un frammento di un caso particolare di sistema varietà-presentazione (Andreoli) e generalizza la logica non-commutativa (Andreoli-Pulcini-Ruet). Fornisce quindi un sistema naturale nel quale studiare la complessità topologica delle prove, e quindi la complessità della regola di scambio, alla base sia di alcuni modelli linguistici e della programmazione concorrente.

2.3 Tema: geometria dell'interazione, ludica e complessità (M. Pedicini, P. Baillot, P. Coppola, C. Faggian, O. Laurent)

Basati sui lavori sulla geometria dell'interazione di J.-Y. Girard, i risultati di M. Pedicini e F. Quaglia sull'implementazione parallela del lambda calcolo sono alla base di un prototipo (PELCR) che nel corso di questo progetto sarà integrato con i risultati sulla complessità computazionale implicita.

In particolare, si prevede uno studio sperimentale sul comportamento dell'esecuzione dei termini tipabili nei sistemi light (LLL, ELL) a questo scopo, grazie ai risultati recenti di Baillot-Terui e di Coppola-Martini e allo sviluppo dei primi prototipi per l'inferenza di tipo da parte di Atassi-Baillot, PELCR potrà essere dotato di un sistema di inferenza di tipo che permetterà di associare ad un programma funzionale un grafo dell'esecuzione con le proprietà di stratificazione tipiche della logica lineare light che ne garantiscono: un'esecuzione in tempo limitato e la possibilità di applicare l'algoritmo di Lamping astratto.

Sarà quindi interessante studiare in via sperimentale il comportamento dell'esecuzione parallela su PELCR di questi programmi e di trovarne una caratterizzazione.

Per quanto riguarda la ludica, prenderemo come punto di partenza la semantica dei giochi che offre un formalismo ricco e flessibile per lo studio del calcolo come l'interazione tra agenti, e ne fornisce una rappresentazione di alto livello (semantica denotazionale) che cattura anche gli aspetti operazionali delle computazioni (dinamica del programma).

La possibilità di discriminare sia aspetti qualitativi (correttezza) che quantitativi (efficienza) ci sembra di estremo interesse, e in particolare ci proponiamo di studiare e caratterizzare con un approccio simile a ICC le interazioni con taglia prefissata. Ci interessa inoltre di esplorare tali problemi proprio nel contesto della Ludica [Gir02] perchè è la teoria in cui convergono sia la Semantica dei Giochi che la Geometria dell'Interazione.

Faggian e Maurel hanno recentemente proposto i Ludics nets come modello di interazione concorrente, dove un L -net appare sia come strategia, sia come una versione astratta di proof-net, con struttura sia moltiplicativa (parallelismo) che additiva (non determinismo), in cui estendere il lavoro di Quaglia-Pedicini sull'esecuzione parallela di programmi funzionali.

2.4 Tema: semantica denotazionale e complessità (L. Tortora de Falco, O. Laurent, P. Boudes, D. Mazza, D. de Carvalho)

La semantica denotazionale interpreta un agente con una struttura che descrive tutte le sue interazioni possibili con gli altri agenti. L'interazione tra agenti è rappresentata tramite il suo risultato (la semantica è in tal caso statica).

Lo scopo principale è quello di caratterizzare semanticamente le classi di complessità (elementare e polinomiale).

Due agenti diversi hanno necessariamente interazioni diverse? Questa questione (chiamata separabilità) è fondamentale nell'approccio interattivo al calcolo. Nella sua tesi di dottorato ([TdF00]), L. Tortora de Falco ha posto questa questione nell'ambito delle reti dimostrative della logica lineare (i "proof-net"), fornendo risposte positive per alcuni frammenti della logica lineare e negative per la logica lineare nel suo insieme. Questo relativamente alla semantica coerente dei proof-net. La tecnica utilizzata è quella di ricostruire interamente la prova di una certa formula (il proof-net) a partire da un particolare punto (opportunamente scelto) nell'interpretazione semantica della prova: si tratta del risultato di una *esperienza ossessiva*. Questo approccio è stato poi utilizzato nel lavoro [LTdF04] per dare una soluzione positiva al problema degli additivi della Logica Lineare (in ambito polarizzato).

In [LTdF05] mostriamo che questa stessa tecnica può essere utilizzata per distinguere *semanticamente* una rete dimostrativa di *ELL* da una rete dimostrativa di Logica Lineare che non è una rete di *ELL*; le esperienze ossessive permettono infatti di ricostruire una parte della rete dimostrativa sufficiente per sapere se si tratta di una rete di *ELL* o meno (si usa per questo la caratterizzazione di Danos e Joinet -si veda [DJ03]- di *ELL* come sottosistema della Logica Lineare). È risultato naturale, a questo punto, definire la sottocategoria *COCH* degli "spazi coerenti ossessivi" della categoria *COH* degli spazi coerenti: i punti degli spazi coerenti ossessivi godono della stessa proprietà dei risultati delle esperienze ossessive (pur non essendo necessariamente risultati di esperienze ossessive). Si ottiene in tal modo un modello di *ELL* che non è un modello della Logica Lineare, ed una caratterizzazione semantica delle prove di *ELL*. Questo non è il primo approccio semantico alla complessità (si veda l'unico precedente [Bai04b]), ma è la prima volta che si caratterizza *all'interno di un modello della Logica Lineare* la parte che permette di interpretare tutte e sole le prove di *ELL*. Questo è senz'altro un netto progresso, in quanto permette di avvicinarsi alla "natura semantica" del tempo elementare.

Sembra difficile estendere "direttamente" questo risultato alle reti della logica lineare leggera *LLL* (che caratterizza il tempo polinomiale), anche perché una caratterizzazione simile a quella data per *ELL* in [DJ03] è stata data solo recentemente da D. Mazza in [Maz02]. Appare però davvero interessante tentare una semplificazione della caratterizzazione di [Maz02] proprio ispirandosi alla semantica, con lo scopo di ottenere un sistema polinomiale nel quale valga il teorema dimostrato in [LTdF05] per il tempo elementare.

2.5 Tema: Sistemi di assegnazione dei tipi, Complessità e Logica Lineare (V. Atassi, P. Baillot, P. Coppola, M. Pedicini, P. Tranquilli)

I sistemi logici a complessità limitata possono essere utilizzati come sistemi di tipi per i linguaggi funzionali. L'inferenza di tipo permette allora di ottenere una limitazione a priori sul tempo di esecuzione del programma. Questo problema è stato studiato per molti di questi sistemi come ad esempi nel caso della logica lineare elementare (*ELL*) o come nel caso di quella light (*LLL*) (CoppolaMartini01, CoppolaRonchi03, Baillot04, BaillotTerui05).

Uno degli obiettivi del progetto è proseguire lo studio in questa direzione allo scopo di ottenere un'analisi chiara della difficoltà del problema dell'inferenza di tipo per i differenti tipi di sistema a complessità implicita. In particolare, ci occuperemo di alcune varianti di questi

sistemi ottenute con estensioni con tipi ricorsivi o con tipi polimorfi. I risultati ottenuti potranno inoltre essere testati nella pratica grazie all'implementazione di prototipi.

Inoltre, è noto che i termini del lambda-calcolo tipato nei sistemi LLL o ELL possono essere valutati utilizzando l'algoritmo di Lamping astratto, una versione della riduzione ottimale semplificata. Questa osservazione è alla base della motivazione che ha portato a studiare l'inferenza di tipo per ELL. Prevediamo di lavorare su più questioni aperte in questa direzione: - determinazione di un limite superiore alla complessità della riduzione ottimale per ELL ed LLL - analisi dell'applicabilità dell'algoritmo astratto di Lamping anche a lambda termini tipabili con tipi ricorsivi o polimorfi.

2.6 Contributi dei partecipanti

Tutti i ricercatori che partecipano alla ricerca anno già lavorato in collaborazione. Inoltre, Pedicini, Tortora e Faggian hanno ottenuto il titolo di dottorato (PhD) in Francia.

L'Istituto per le Applicazioni del Calcolo M. Picone è un ambiente favorevole per questo tipo di ricerche, grazie alla storica collocazione nell'area al confine tra l'analisi numerica, l'informatica teorica e le applicazioni. L'equipe francese beneficerà certamente dei contatti scientifici che si svilupperanno grazie a questo progetto, soprattutto nell'ambito applicativo.

I laboratori francesi coinvolti in questa ricerca, possono senz'altro essere definiti i principali laboratori francesi che si occupano dei temi della logica applicata all'informatica, di cui tratta il progetto:

- il laboratorio “Preuves, Programmes, Systemes” presso l'Università Paris 7;
- il laboratorio “Laboratoire d'Informatique de Paris Nord” presso l'Università Paris 13;
- il laboratorio “Institut de Mathematique de Luminy” presso l'Università di Aix-Marseille.

3 Articoli in collaborazione Franco-Italiana

- [1] V. Michele Abrusci, Paul Ruet, Non-commutative logic I : the multiplicative fragment, *Annals of Pure and Applied Logic* 101(1): 29-64, 2000.
- [2] J.-M. Andreoli, R. Maieli and P. Ruet, Non-commutative proof construction: a constraint-based approach, *Annals of Pure and Applied Logic*, 2005, to appear.
- [3] J.-M. Andreoli, G. Pulcini and P. Ruet, Permutative logic. Proceedings of annual conference on Computer Science Logic (CSL'05), pp. 184-199, LNCS 3634, Springer.
- [4] Baillot, Patrick and Pedicini, Marco, Elementary complexity and geometry of interaction, *Fundamenta Informaticae* vol. 45, no 1-2, special issue on TLCA'99, 2001.
- [5] P. Baillot and M. Pedicini. Elementary complexity and geometry of interaction (extended abstract). In J.-Y. Girard, editor, 4th International Conference, TLCA'99, L'Aquila, number 1581 in *Lecture Notes in Computer Science*, pages 25-39. Springer Verlag, Berlin, (1999).
- [6] A. Cosentino, M. Pedicini, and F. Quaglia. “Supporting Function Calls within PELCR”. Proceedings of conference DCM2005, ENTCS, Elsevier.
- [7] P.-L. Curien and C. Faggian. L-nets, strategies and proof-nets. Proceedings of annual conference on Computer Science Logic (CSL'05), pp. 167–183, LNCS 3634, Springer.

- [8] V. Danos, M. Pedicini, and L. Regnier. Directed virtual reductions. In M. Bezem and D. van Dalen, editors, *Computer Science Logic, 10th International Workshop, CSL '96*, volume 1258 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 76-88. EACSL, Springer Verlag, Berlin, DE (1997).
- [9] Claudia Faggian, *On the dynamics of ludics: a study of interaction*, thèse de doctorat, Université Paris Aix-Marseille II, avril 2002.
- [10] Claudia Faggian and François Maurel, *Ludics Nets, a game model of concurrent interaction*. Proceedings 20th annual Symposium on Logic in Computer Science (LICS'05), pp. 376–385, IEEE Computer Society Press, 2005.
- [11] Jean-Baptiste Joinet, Harold Schellinx, Lorenzo Tortora de Falco Strong Normalization for ‘all-style’ LK-tq, *Lecture Notes in Artificial Intelligence* 1071, p. 226-243, Springer-Verlag 1996.
- [12] Jean-Baptiste Joinet, Harold Schellinx, Lorenzo Tortora de Falco SN and CR for free-style LK-tq: linear decorations and simulation of normalization, *The Journal of Symbolic Logic* 67 (1), march 2002, pp. 162-196
- [13] Olivier Laurent, Myriam Quatrini, Lorenzo Tortora de Falco Polarized and focalized classical and linear proofs, *Annals of Pure and Applied Logic*, 134(2-3):217-264. July 2005.
- [14] Olivier Laurent, Lorenzo Tortora de Falco Slicing polarized additive normalization, *Linear Logic in Computer Science (London Mathematical Society Lecture Notes Series 316)*, pages 247-282, Cambridge University Press, november 2004.
- [15] Roberto Maieli, Paul Ruet Non-commutative logic III : focusing proofs, *Information and Computation* 185(2): 233-262, 2003.
- [16] Marco Pedicini, *Execution et Programmes*, thèse de doctorat, Université Paris 7, janvier 1999.
- [17] Marco Pedicini and Francesco Quaglia, *PELCR: Parallel Environment for optimal Lambda Calculus Reduction*. To appear on *ACM Transactions on Computational Logic* (2005).
- [18] Myriam Quatrini, Lorenzo Tortora de Falco Polarisation des preuves classiques et renversement, *Compte-Rendu de l'Académie des Sciences Paris*, t.323, Série I, p.113-116, 1996.
- [19] Lorenzo Tortora de Falco *Réseaux, cohérence et expériences obsessionnelles*, thèse de doctorat, Université Paris 7, janvier 2000.

4 Soggiorni Previsti Italia/Francia

Si richiede il finanziamento dei seguenti soggiorni dall'Italia verso la Francia:

- Lorenzo Tortora de Falco, 21 gg per l'anno 2006 (Giugno),
- Paolo Coppola, 60 gg per l'anno 2006 (Maggio-Giugno),
- Marco Pedicini, 21 gg. per l'anno 2007 (Giugno),
- Roberto Maieli, 15 gg per l'anno 2007 (Giugno).

Inoltre si richiede il finanziamento di 91 giorni (13 settimane) di soggiorno e 11 viaggi dalla Francia verso l'Italia distribuiti nei due anni secondo il seguente calendario preliminare: Laurent Olivier (3 settimane, 2006 - 1 settimana 2007), Ruet Paul (2 settimane, 2006 - 3 settimane 2007), Mogbil Virgile (1 settimana 2006 - 1 settimana 2007), Boudes Pierre (1 settimana 2006 - 1 settimana 2007), Baillot Patrick (1 settimana, 2006).

Riferimenti bibliografici

- [ACM04] Andrea Asperti, Paolo Coppola, and Simone Martini. (Optimal) duplication is not elementary recursive. *Inform. and Comput.*, 193(1):21–56, 2004.
- [AR00] V. Michele Abrusci and Paul Ruet. Non-commutative logic. I. The multiplicative fragment. *Ann. Pure Appl. Logic*, 101(1):29–64, 2000.
- [Bai04a] Patrick Baillot. Stratified coherence spaces: a denotational semantics for light linear logic. *Theoret. Comput. Sci.*, 318(1-2):29–55, 2004.
- [Bai04b] Patrick Baillot. Stratified coherent spaces: a denotational semantics for light linear logic. *Theoretical Computer Science*, 318(1-2):29–55, 2004.
- [Bai04c] Patrick Baillot. Type inference for light affine logic via constraints on words. *Theoret. Comput. Sci.*, 328(3):289–323, 2004.
- [BDER98] Patrick Baillot, Vincent Danos, Thomas Ehrhard, and Laurent Regnier. Timeless games. In *Computer science logic (Aarhus, 1997)*, volume 1414 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 56–77. Springer, Berlin, 1998.
- [BM04] Patrick Baillot and Virgile Mogbil. Soft lambda-calculus: a language for polynomial time computation. In *Foundations of software science and computation structures*, volume 2987 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 27–41. Springer, Berlin, 2004.
- [BP99] Patrick Baillot and Marco Pedicini. Elementary complexity and geometry of interaction (extended abstract). In *Typed lambda calculi and applications (L'Aquila, 1999)*, volume 1581 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 25–39. Springer, Berlin, 1999.
- [BP01] Patrick Baillot and Marco Pedicini. Elementary complexity and geometry of interaction. *Fund. Inform.*, 45(1-2):1–31, 2001. *Typed lambda calculi and applications (L'Aquila, 1999)*.
- [CDR05] Paolo Coppola, Ugo Dal Lago, and Simona Ronchi Della Rocca. Elementary affine logic and the call-by-value lambda calculus. In Urzyczyn [Urz05], pages 131–145.
- [CF] Pierre-Louis Curien and Claudia Faggian. ‘l-nets, strategies and proof-nets. In *Proceedings of annual conference on Computer Science Logic (CSL’05)*.
- [CM01] Paolo Coppola and Simone Martini. Typing lambda terms in elementary logic with linear constraints. In *Typed lambda calculi and applications (Kraków, 2001)*, volume 2044 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 76–90. Springer, Berlin, 2001.
- [CMar] Paolo Coppola and Simone Martini. Optimizing Optimal Reduction. *ACM Transaction of Computational Logic*, to appear.

- [Cop02] Paolo Coppola. *On the Complexity of Optimal Reduction of Functional Programming Languages*. PhD thesis, University of Udine, 2002.
- [CRdR03] Paolo Coppola and Simona Ronchi della Rocca. Principal typing in elementary affine logic. In *Typed lambda calculi and applications (Valencia, 2003)*, volume 2701 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 90–104. Springer, Berlin, 2003.
- [DJ03] Vincent Danos and Jean-Baptiste Joinet. Linear logic and elementary time. *Information and Computation*, 183(1):123–137, 2003.
- [DPR97] Vincent Danos, Marco Pedicini, and Laurent Regnier. Directed virtual reductions. In *Computer science logic (Utrecht, 1996)*, volume 1258 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 76–88. Springer, Berlin, 1997.
- [EGRS04] Thomas Ehrhard, Jean-Yves Girard, Paul Ruet, and Philip Scott, editors. *Linear Logic in Computer Science*, volume 316 of *London Mathematical Society Lecture Note Series*. Cambridge University Press, 2004.
- [Fag02] Claudia Faggian. Travelling on designs (Ludics dynamics). In *Computer science logic*, volume 2471 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 427–441. Springer, Berlin, 2002.
- [FH02] Claudia Faggian and Martin Hyland. Designs, disputes and strategies. In *Computer science logic*, volume 2471 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 442–457. Springer, Berlin, 2002.
- [FM05] Claudia Faggian and François Maurel. Ludics nets, a game model of concurrent interaction. In *Proceedings 20th annual Symposium on Logic in Computer Science (LICS'05)*, pages 376–385. IEEE Computer Society Press, 2005.
- [Gir02] Jean-Yves Girard. Ludics: an introduction. In *Proof and system-reliability (Marktoberdorf, 2001)*, volume 62 of *NATO Sci. Ser. II Math. Phys. Chem.*, pages 167–211. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 2002.
- [JSTdF98] Jean-Baptiste Joinet, Harold Schellinx, and Lorenzo Tortora de Falco. SN and CR for free-style LK^{tq} : linear decorations and simulation of normalization. Preprint 1067, Department of Mathematics (Universiteit Utrecht), May 1998.
- [KM01] Thomas Krantz and Virgile Mogbil. Encoding Hamiltonian circuits into multiplicative linear logic. *Theoret. Comput. Sci.*, 266(1-2):987–996, 2001.
- [Lau01a] Olivier Laurent. Polarized games for classical logic (extended abstract). Submitted for publication, January 2001.
- [Lau01b] Olivier Laurent. A token machine for full geometry of interaction (extended abstract). In *Typed Lambda Calculi and Applications '01*, Lecture Notes in Computer Science. Springer, May 2001.
- [Lau02] Olivier Laurent. *Étude de la polarisation en logique*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille II, March 2002.
- [LQTdF00] Olivier Laurent, Myriam Quatrini, and Lorenzo Tortora de Falco. Polarized and focalized linear and classical proofs. Prépublication 24, Institut de Mathématiques de Luminy, Marseille, France, September 2000. To appear in *Annals of Pure and Applied Logic*.

- [LTdF04] Olivier Laurent and Lorenzo Tortora de Falco. Slicing polarized additive normalization. In Ehrhard et al. [EGRS04], pages 247–282.
- [LTdF05] Olivier Laurent and Lorenzo Tortora de Falco. Obsessional cliques: a semantic characterization of elementary time. In preparation, 2005.
- [Maz02] Damiano Mazza. *Logica Lineare e complessità computazionale*. Tesi di laurea in ingegneria, Università di Roma Tre, 2002.
- [Mog01] Virgile Mogbil. Quadratic correctness criterion for non-commutative logic. In *Computer science logic (Paris, 2001)*, volume 2142 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 69–83. Springer, Berlin, 2001.
- [MP94] G. F. Mascari and M. Pedicini. Head linear reduction and pure proof net extraction. *Theoret. Comput. Sci.*, 135(1):111–137, 1994. Selected papers of the Meeting on the Mathematical Foundations of Programming Semantics (MFPS '92), Part I (Oxford, 1992).
- [MP98] Gianfranco Mascari and Marco Pedicini. Types and dynamics in partially additive categories. In *Idempotency (Bristol, 1994)*, volume 11 of *Publ. Newton Inst.*, pages 112–132. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1998.
- [MR03] Roberto Maieli and Paul Ruet. Non-commutative logic. III. Focusing proofs. *Inform. and Comput.*, 185(2):233–262, 2003.
- [Ped96] Marco Pedicini. Remarks on elementary linear logic (preliminary report). In *Linear logic 96 (Tokyo)*, volume 3 of *Electron. Notes Theor. Comput. Sci.*, page 12 pp. (electronic). Elsevier, Amsterdam, 1996.
- [PQ00] M. Pedicini and F. Quaglia. A parallel implementation for optimal lambda-calculus reduction. In *2nd International Conference on Principles and Practice of Declarative Programming (PPDP 2000, Montreal)*, ACM Proceedings, pages 3–14. ACM Press, Berlin, 2000.
- [PQ02] M. Pedicini and F. Quaglia. Scheduling vs. communication in PELCR. In *Euro-Par'2002 - Parallel Processing, (Paderborn 2002)*, volume 2400 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 648–654. Springer, Berlin, 2002.
- [PQ05] M. Pedicini and F. Quaglia. PELCR: Parallel Environment for optimal Lambda Calculus Reduction. to appear *ACM Transactions on Computational Logic*, (2005)., 2005.
- [QTdF96] Myriam Quatrini and Lorenzo Tortora de Falco. Polarisation des preuves classiques et renversement. *Compte-Rendu de l'Académie des Sciences de Paris*, 323:113–116, 1996.
- [RF97] Paul Ruet and François Fages. Combining explicit negation and negation by failure via Belnap's logic. *Theoret. Comput. Sci.*, 171(1-2):61–75, 1997.
- [Rue00] Paul Ruet. Non-commutative logic. II. Sequent calculus and phase semantics. *Math. Structures Comput. Sci.*, 10(2):277–312, 2000. The Lambek Festschrift: mathematical structures in computer science (Montreal, QC, 1997).

- [TdF00] Lorenzo Tortora de Falco. *Réseaux, cohérence et expériences obsessionnelles*. Thèse de doctorat, Université Paris VII, January 2000. Available at: <http://www.logique.jussieu.fr/www.tortora/index.html>.
- [TdF01] Lorenzo Tortora de Falco. Obsessional experiments for linear logic proof-nets. Quaderno 11, Istituto per le Applicazioni del Calcolo, Roma, Italy, June 2001. To appear in *Mathematical Structures in Computer Science*.
- [TdF03] Lorenzo Tortora de Falco. The additive multiboxes. *Annals of Pure and Applied Logic*, 120(1–3):65–102, January 2003.
- [Urz05] Pawel Urzyczyn, editor. *TLCA*, volume 3461 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 2005.