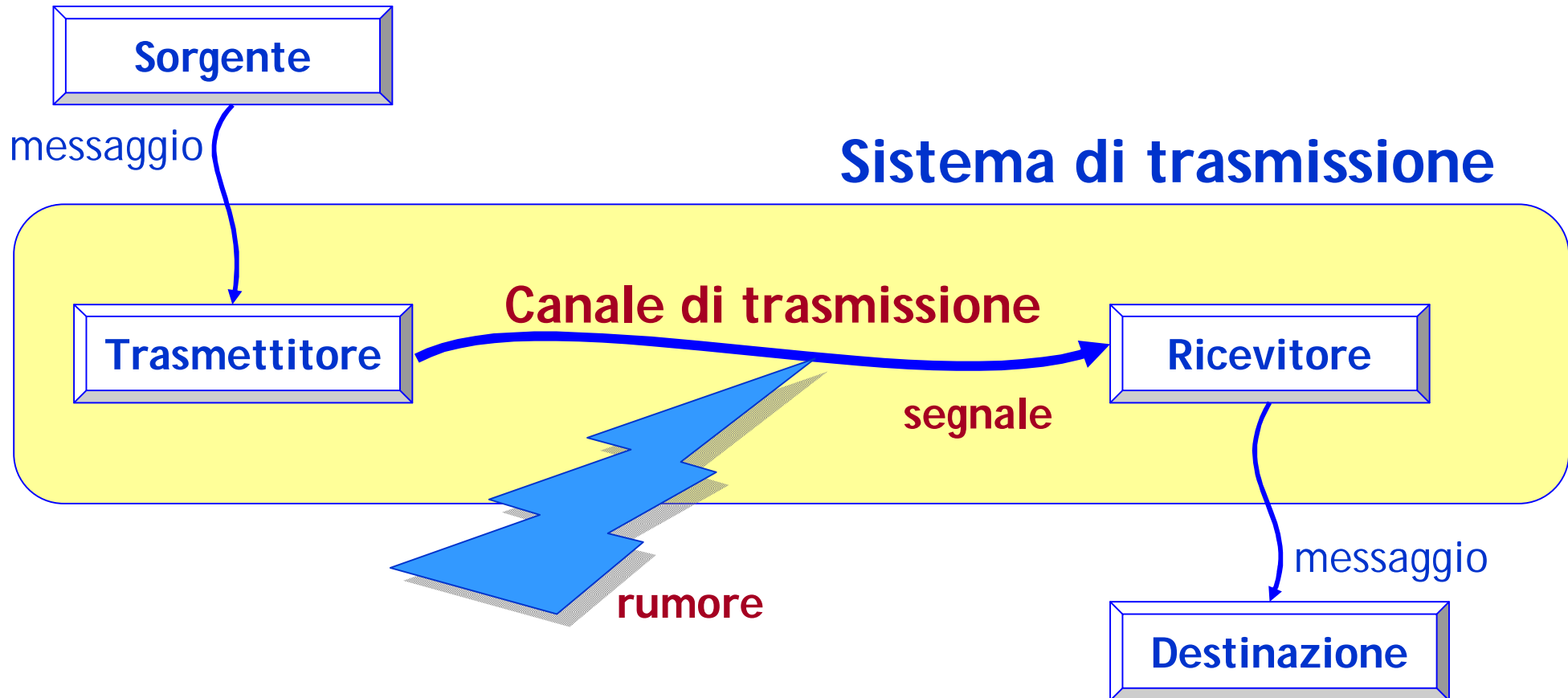


**Roberto Maieli**

**La trasmissione dell'informazione**

Corso di AIC

# Sistema di comunicazione



# Caratterizzazione della sorgente

- Un messaggio è costituito da una successione di lunghezza finita di simboli scelti in un "alfabeto della sorgente"

$$X = \{x_1, \dots, x_n\}$$

- Un simbolo  $x_i$  porta una **quantità di informazione**  $I(x_i)$ 
  - definibile formalmente in modo quantitativo

**ogni simbolo è dato con la probabilità di essere trasmesso dalla sorgente**  
in questa sede seguiamo essenzialmente un approccio qualitativo

- La quantità di informazione che portano i simboli emessi dalla sorgente :
  - è una grandezza con cui si misura la **libertà di scelta** che la sorgente ha di selezionare un simbolo da comunicare,
  - è legata al grado di **imprevedibilità dei simboli** che vengono emessi (i meno prevedibili sono i più informativi),
  - è legata alla **numerosità dei simboli** tra i quali la sorgente può scegliere quello da inviare (nessuna libertà se c'è un solo simbolo!)

# Caratterizzazione della sorgente

- Un simbolo  $x_i$  porta una quantità di informazione  $I(x_i)$ 
  - <Numeri di simboli ; probabilità di essere trasmessi dalla sorgente >
- I simboli  $x_i$  possono essere associati alla probabilità di emissione  $p_s(x_i)$  da parte della sorgente (probabilità di sorgente):
  - la probabilità non è uguale per tutti i simboli;
  - la somma delle probabilità di tutti i simboli dell'alfabeto è pari a 1
- Per completare la caratterizzazione della sorgente serve anche la **velocità  $V(X)$**  con cui una sorgente emette i simboli, misurata in simboli al secondo.
- Se l'alfabeto è binario e i due simboli dell'alfabeto sono equiprobabili, allora la velocità di trasmissione è data dal numero di simboli (bit) per secondo
  - si misura in bit/s (bps, bit per secondo)
  - si chiama **flusso di informazione** della sorgente.

# Caratterizzazione del canale

**I simboli emessi dalla sorgente passano, dopo la codifica, attraverso un canale di trasmissione**

- Per caratterizzare il comportamento del canale si deve indicare per ogni **simbolo  $x_i$  in ingresso** al canale il **simbolo  $y_j$**  che si ottiene in uscita (a-priori non è detto che  **$x_i$  sia uguale a  $y_j$** ).
- Per la presenza di rumore, può accadere che nel passaggio attraverso il canale il simbolo  **$x_i$**  in ingresso venga trasformato in un altro simbolo  **$y_j$**

**E' possibile definire:**

- la **capacità teorica di trasmissione di canale**, condizionata da vincoli fisici
- la **capacità effettiva di canale** che rappresenta la massima quantità di informazione che può transitare lungo un canale per unità di tempo (in bps) tenendo conto rispetto alla precedente anche degli errori di trasmissione (che limitano la capacità ulteriormente)

# Probabilità di ricezione/osservazione

La **probabilità di ricezione** (o di osservazione) di un simbolo, emesso da una sorgente, all'uscita di un canale di trasmissione (o comunicazione) dipende:

- dal **comportamento della sorgente**, cioè dalla **probabilità**  $p(x_1), \dots, p(x_n)$  di emissione dei vari simboli  $x_1, \dots, x_n$ , da parte della sorgente, e
- dal **comportamento del canale**, cioè dalla **probabilità**  $p_K(x_i \rightarrow y_i)$  che all'uscita del canale si osservi  $y_i$  avendo la sorgente emesso  $x_i$

# Probabilità di ricezione

Caratterizza, in termini statistici,  
la **rumorosità di un canale**

- dato un alfabeto  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$
- date le probabilità di sorgente  $p_S(x_i)$
- dato il comportamento del canale, cioè le probabilità  $p_K(x_i \rightarrow y_i)$  con cui si osserva il simbolo  $y_i$  quando è stato trasmesso il simbolo  $x_i$
- si ricava la **probabilità di ricezione** di un simbolo

$$p_R(y_i) = \sum_{i=1..N} p_S(x_i) \cdot p(x_i \rightarrow y_i)$$

# Esempio 1: probabilità di ricezione $p_R(A)$

**Alfabeto:**  $X = \{A, C, G, T\}$

**Probabilità di sorgente:**

$$p_S(A) = 1/2, p_S(C) = 1/4, p_S(G) = p_S(T) = 1/8$$
$$p_S(A) = 0.5, p_S(C) = 0.25, p_S(G) = p_S(T) = 0.125$$

**Comportamento del canale:**

$$p(C \rightarrow C) = p(G \rightarrow G) = p(T \rightarrow T) = 1 \text{ (nessun errore)}$$
$$p(A \rightarrow A) = 0.75 = 3/4 \quad p(A \rightarrow C) = 0.25 = 1/4 ;$$

**Probabilità di ricezione**

$$p_R(A) = \sum_{i=1..N} p_S(x_i) \cdot p(x_i \rightarrow A)$$
$$= p_S(A) \cdot p(A \rightarrow A)$$
$$= 0,5 \times 0,75$$
$$= 0,375, \text{ cioè } 3/8$$



# Esempio 2: probabilità di ricezione $p_R(C)$

**Alfabeto:**  $X = \{A, C, G, T\}$

**Probabilità di sorgente:**

$$p_S(A) = 1/2, p_S(C) = 1/4, p_S(G) = p_S(T) = 1/8$$
$$p_S(A) = 0.5, p_S(C) = 0.25, p_S(G) = p_S(T) = 0.125$$

**Comportamento del canale:**

$$p(C \rightarrow C) = p(G \rightarrow G) = p(T \rightarrow T) = 1 \text{ (nessun errore)}$$
$$p(A \rightarrow A) = 0.75 = 3/4 \quad p(A \rightarrow C) = 0.25 = 1/4 ;$$

**Probabilità di ricezione**

$$p_R(C) = \sum_{i=1..N} p_S(x_i) \cdot p(x_i \rightarrow C)$$
$$= p_S(C) \cdot p(C \rightarrow C) + p_S(A) \cdot p(A \rightarrow C)$$
$$= (0,25 \times 1) + (0,5 \times 0,25)$$
$$= 0,25 + 0,125$$
$$= 0,375, \text{ cioè } 3/8$$

# Esempio 3: probabilità di ricezione $p_R(G)$

**Alfabeto:**  $X = \{A, C, G, T\}$

**Probabilità di sorgente:**

$$p_S(A) = 1/2, p_S(C) = 1/4, p_S(G) = p_S(T) = 1/8$$

$$p_S(A) = 0.5, p_S(C) = 0.25, p_S(G) = p_S(T) = 0.125$$

**Comportamento del canale:**

$$p(C \rightarrow C) = p(G \rightarrow G) = p(T \rightarrow T) = 1 \text{ (nessun errore)}$$

$$p(A \rightarrow A) = 0.75 = 3/4 \quad p(A \rightarrow C) = 0.25 = 1/4 ;$$

**Probabilità di ricezione**

$$p_R(G) = \sum_{i=1..N} p_S(x_i) \cdot p(x_i \rightarrow G)$$

$$= p_S(G) \cdot p(G \rightarrow G)$$

$$= 0,125 \times 1$$

$$= 0,125, \text{ cioè } 1/8$$

# Esempio 4: probabilità di ricezione $p_R(T)$

**Alfabeto:**  $X = \{A, C, G, T\}$

**Probabilità di sorgente:**

$$p_S(A) = 1/2, p_S(C) = 1/4, p_S(G) = p_S(T) = 1/8$$

$$p_S(A) = 0.5, p_S(C) = 0.25, p_S(G) = p_S(T) = 0.125$$

**Comportamento del canale:**

$$p(C \rightarrow C) = p(G \rightarrow G) = p(T \rightarrow T) = 1 \text{ (nessun errore)}$$

$$p(A \rightarrow A) = 0.75 = 3/4 \quad p(A \rightarrow C) = 0.25 = 1/4 ;$$

**Probabilità di ricezione**

$$\begin{aligned} p_R(T) &= \sum_{i=1..N} p_S(x_i) \cdot p(x_i \rightarrow T) \\ &= p_S(T) \cdot p(T \rightarrow T) \\ &= 1/8 \times 1 \\ &= 1/8 \end{aligned}$$

# Probabilità di trasmissione

(inverso della probabilità di ricezione)

Per ogni simbolo  $y_i$  effettivamente osservato in uscita del canale, si può calcolare la **probabilità**  $p_T(x_i \rightarrow y_i)$  che il corrispondente **simbolo trasmesso** fosse  $x_i$

$$p_T(x_i \rightarrow y_i) = \frac{p_S(x_i) \cdot p_K(x_i \rightarrow y_i)}{p_R(y_i)}$$

**Esempi:**

$$\begin{aligned} p_T(A \rightarrow C) &= [p_S(A) \cdot p(A \rightarrow C)] / P_R(C) \\ &= [0,25 \times 0,5] / 0,375 \\ &= 0,333 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_T(C \rightarrow C) &= [p(C \rightarrow C) \cdot p_S(C)] / P_R(C) \\ &= [1 \times 0,25] / 0,375 \\ &= 0,67 \end{aligned}$$

$$p_T(A \rightarrow A) = p_T(G | G) = p_T(T | T) = 1$$

la probabilità che avendo osservato C in uscita sia stato emesso C è più alta della probabilità che sia stato emesso A