

Risposte ai quesiti posti negli appelli della prima sessione
LOGICA E COMUNICAZIONE, A.A. 2008-2009, 12 CFU

A) I appello (prova ridotta), 21 gennaio, primo gruppo

Le risposte ai quesiti 1,2,4 sono contenute nel libro di testo.

3. Quale numero (scritto in base 10) è rappresentato dalla successione finita di bit 100100?
Come si rappresenta in base 2 il numero 37 (in base 10)?

Risposta.

- a) *La successione finita di bit 100100 in base 2 rappresenta il numero che in base 10 si scrive 36.*
b) *Il numero che in base 10 si scrive 37 è rappresentato in base 2 dalla successione finita di bit 100101.*

5. Sia $X=\{a,b,c\}$ e $Y=\{a,b,d\}$. Scrivi gli elementi degli insiemi $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X \times Y$, $\wp(X)$.

Risposta.

$X \cap Y = \{a,b\}$, $X \cup Y = \{a,b,c,d\}$,

$X \times Y = \{\langle a,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle a,c \rangle, \langle b,a \rangle, \langle b,b \rangle, \langle b,d \rangle, \langle c,a \rangle, \langle c,b \rangle, \langle c,d \rangle\}$,

$\wp(X) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$

6. Sia M una Macchina di Turing con queste istruzioni: $\langle s_0, 1, 1, R, s_0 \rangle$, $\langle s_0, 0, 1, L, s_2 \rangle$, $\langle s_2, 0, 0, R, s_1 \rangle$, $\langle s_2, 1, 1, L, s_2 \rangle$. Sia dato a questa macchina un nastro che abbia solo due caselle consecutive piene: (caselle vuote)... 001100...(caselle vuote). Sia s_0 lo stato in cui si trova la macchina e sia la prima casella piena da sinistra a destra quella su cui è posizionato il puntatore della macchina M.

- c) Qual è il numero rappresentato sul nastro?
d) Come è fatto il nastro e qual è lo stato della macchina dopo un passo di computazione, dopo due passi di computazione, dopo tre passi di computazione?
e) Qual è il numero rappresentato sul nastro dopo tre passi di computazione?

Risposta:

- a) *Il numero rappresentato sul nastro è 1.*
b) *Dopo un passo di computazione il nastro è (caselle vuote)... 001100...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_0 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata), dopo due passi di computazione il nastro è (caselle vuote)... 00110...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_0 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata), dopo tre passi di computazione il nastro è (caselle vuote)... 001110...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_2 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata)*
c) *dopo tre passi di computazione sul nastro è rappresentato il numero 2.*

B) I appello (prova ridotta), 21 gennaio, secondo gruppo

Le risposte ai quesiti 1,2,4 sono contenute nel libro di testo.

3. Quale numero (scritto in base 10) è rappresentato dalla successione finita di bit 100110? Come si rappresenta in base 2 il numero 39 (in base 10)?

Risposta.

- a) La successione finita di bit 100110 in base 2 rappresenta il numero che in base 10 si scrive 38.
b) Il numero che in base 10 si scrive 39 è rappresentato in base 2 dalla successione finita di bit 100111.

5. Sia $X=\{0,1,2\}$ e $Y=\{0,3,4\}$. Scrivi gli elementi degli insiemi $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X \times Y$, $\wp(X)$.

Risposta.

$$X \cap Y = \{0\}, X \cup Y = \{0,1,2,3,4\},$$

$$X \times Y = \{ \langle 0,0 \rangle, \langle 0,3 \rangle, \langle 0,4 \rangle, \langle 1,0 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 1,4 \rangle, \langle 2,0 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 2,4 \rangle \},$$

$$\wp(X) = \{ \emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, \{0,1,2\} \}$$

6. Sia M una Macchina di Turing con queste istruzioni: $\langle s_0, 1, 1, R, s_0 \rangle$, $\langle s_0, 0, 1, L, s_2 \rangle$, $\langle s_2, 0, 0, R, s_1 \rangle$, $\langle s_2, 1, 1, L, s_2 \rangle$. Sia dato a questa macchina un nastro che abbia solo due caselle consecutive piene: (caselle vuote)... 001100...(caselle vuote). Sia s_0 lo stato in cui si trova la macchina e sia la seconda casella piena da sinistra a destra quella su cui è posizionato il puntatore della macchina M .
- Qual è il numero rappresentato sul nastro?
 - Come è fatto il nastro e qual è lo stato della macchina dopo un passo di computazione, dopo due passi di computazione, dopo tre passi di computazione?
 - Qual è il numero rappresentato sul nastro dopo tre passi di computazione?

Risposta:

- a) il numero rappresentato sul nastro è 1
b) dopo un passo di computazione il nastro è (caselle vuote)... 00110...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_0 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata), dopo due passi di computazione il nastro è (caselle vuote)... 001110...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_2 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata), dopo tre passi di computazione il nastro è (caselle vuote)... 001110...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_2 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata)
c) dopo tre passi di computazione sul nastro è rappresentato il numero 2.

C) II appello (prova intera), 22 gennaio

Le risposte alle domande 1,2,3,6,7,8,9 sono contenute nel libro di testo.

4. Scrivere – usando la seconda lettura odierna – la seguente proposizione categorica “Nessun politico trascura l’opinione pubblica”, fare la negazione della proposizione così ottenuta e riscrivere tale negazione in lingua italiana.

Risposta.

- a) La proposizione si scrive $\forall x:T (P(x) \rightarrow \neg Q(x))$ ossia $\forall x:T (\neg P(x) \vee \neg Q(x))$ dove T è il tipo di cui si parla, P sta per la proprietà “essere politico”, Q sta per la proprietà “trascurare l’opinione pubblica”.
- b) La negazione di quella proposizione è $\exists x:T (P(x) \wedge Q(x))$
- c) In lingua italiana la negazione di quella proposizione si scrive “Qualche politico trascura l’opinione pubblica”.
5. Sia A la seguente proposizione: “Se Giovanni partecipa a questa prova e riceve un risultato positivo, allora consegue 12 CFU e viene valutato con un voto maggiore di 18”. Analizzare A usando i connettivi classici; poi, analizzare A usando soltanto la congiunzione, la disgiunzione e la negazione classiche; infine, fare la negazione della proposizione così ottenuta e riscrivere tale negazione in lingua italiana.

Risposta.

- a) Analisi di A usando i connettivi classici: $B \wedge C \rightarrow D \wedge E$ dove B è “Giovanni partecipa a questa prova”, C è “Giovanni riceve un risultato positivo”, D è “Giovanni consegue 12 CFU”, E è “Giovanni viene valutato con un voto maggiore di 18”
- b) Analisi di A usando soltanto la congiunzione, la disgiunzione e la negazione classica: $(\neg B \vee \neg C) \vee (D \wedge E)$.
- c) Negazione della proposizione A : $(B \wedge C) \wedge (\neg D \vee \neg E)$.
- d) La negazione della proposizione A in lingua italiana: “Giovanni partecipa a questa prova e riceve un risultato positivo, ma non consegue 12 CFU o non viene valutato con un voto maggiore di 18”
10. Sia $X=\{2,3,5,7\}$ e $Y=\{2,4,6\}$. Scrivi gli elementi degli insiemi $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X \times Y$, $\wp(X)$.

Risposta:

$$X \cap Y = \{2\}, X \cup Y = \{2,3,4,5,6,7\},$$

$$X \times Y = \{ \langle 2,2 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 2,6 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 3,4 \rangle, \langle 3,6 \rangle, \langle 5,2 \rangle, \langle 5,4 \rangle, \langle 5,6 \rangle, \langle 7,2 \rangle, \langle 7,4 \rangle, \langle 7,6 \rangle \},$$

$$\wp(X) = \{ \emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2,3\}, \{2,5\}, \{2,7\}, \{3,5\}, \{3,7\}, \{5,7\}, \{2,3,5\}, \{2,3,7\}, \{2,5,7\}, \{3,5,7\}, \{2,3,5,7\} \}$$

11. Sia M una Macchina di Turing con queste istruzioni: $\langle s_0, 1, 1, R, s_0 \rangle$, $\langle s_0, 0, 1, L, s_2 \rangle$, $\langle s_2, 0, 0, R, s_1 \rangle$, $\langle s_2, 1, 1, L, s_2 \rangle$. Sia dato a questa macchina un nastro che abbia solo tre caselle consecutive piene: (caselle vuote)... 0011100...(caselle vuote). Sia s_0 lo stato in cui si trova M e il puntatore di M sia posizionato sulla prima (da sinistra a destra) casella piena.

- a. Qual è il numero rappresentato sul nastro?
- b. Come è fatto il nastro, qual è lo stato di M e dove è posizionato il puntatore di M dopo un passo di computazione, dopo due passi di computazione, dopo tre passi di computazione, dopo quattro passi di computazione?
- c. Qual è il numero rappresentato sul nastro dopo quattro passi di computazione?

Risposta:

- a) Il numero rappresentato sul nastro è 2.*
- b) Dopo un passo di computazione il nastro è (caselle vuote)... 0011100...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_0 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata), dopo due passi di computazione il nastro è (caselle vuote)... 0011100...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_0 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata), dopo tre passi di computazione il nastro è (caselle vuote)... 001110...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_0 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata), dopo quattro passi di computazione il nastro è (caselle vuote)... 0011110...(caselle vuote) e lo stato della macchina è s_2 (il puntatore è posizionato sulla casella sottolineata)*
- c) dopo quattro passi di computazione sul nastro è rappresentato il numero 3.*

D) III appello (prova ridotta), 19 febbraio

Le risposte ai quesiti 1,2,4 sono contenute nel libro di testo.

3. Scrivi in base 10 il numero rappresentato dalla successione finita di bit 110011? Come si rappresenta in base 2 il numero che in base 10 è scritto 48?

Risposta.

- a) *La successione finita di bit 110011 in base 2 rappresenta il numero che in base 10 si scrive 51.*
b) *Il numero che in base 10 si scrive 48 è rappresentato in base 2 dalla successione finita di bit 110000.*

5. Sia $X=\{3,9,7\}$ e $Y=\{2,7,8\}$. Scrivi gli elementi degli insiemi $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X \times Y$, $\wp(X)$.

Risposta.

$X \cap Y = \{7\}$, $X \cup Y = \{2,3,7,8,9\}$,

$X \times Y = \{ \langle 3,2 \rangle, \langle 2,7 \rangle, \langle 3,8 \rangle, \langle 9,2 \rangle, \langle 9,7 \rangle, \langle 9,8 \rangle, \langle 7,2 \rangle, \langle 7,7 \rangle, \langle 7,8 \rangle \}$,

$\wp(X) = \{ \emptyset, \{3\}, \{9\}, \{7\}, \{3,9\}, \{3,7\}, \{9,7\}, \{2,9,7\} \}$

6. Sia M una Macchina di Turing con queste istruzioni: $\langle s_0, 1, 0, R, s_0 \rangle$, $\langle s_0, 0, 0, L, s_2 \rangle$, $\langle s_2, 0, 1, R, s_1 \rangle$, $\langle s_2, 1, 1, L, s_2 \rangle$. Sia dato a questa macchina un nastro che abbia solo tre caselle consecutive piene: (caselle vuote)... 0011100...(caselle vuote). Sia s_0 lo stato in cui si trova la macchina e sia la prima casella piena da sinistra a destra quella su cui è posizionato il puntatore della macchina M .

- a. Qual è il numero rappresentato sul nastro?
b. Dopo quanti passi di computazione la macchina raggiunge lo stato s_1 ?
c. Qual è il numero rappresentato sul nastro quando la macchina si ferma?

Risposta.

a. *Sul nastro è rappresentato il numero 2.*

b. *La macchina raggiunge lo stato s_1 dopo 5 passi di computazione. Dopo un passo resta nello stato s_0 , il nastro è (caselle vuote)... 0001100...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata; dopo due passi resta nello stato s_0 , il nastro è (caselle vuote)... 0000100...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata; dopo tre passi resta nello stato s_0 , il nastro è (caselle vuote)... 0000000...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata; dopo quattro passi va nello stato s_2 , il nastro è (caselle vuote)... 0000000...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata; dopo cinque passi raggiunge lo stato s_1 , il nastro è (caselle vuote)... 0000100...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata.*

c. *Quando la macchina si ferma (ossia raggiunge lo stato s_1), sul nastro è rappresentato il numero 0.*

E) IV appello (prova intera), 20 febbraio

Le risposte alle domande 1,2,3,6,7,8,9 sono contenute nel libro di testo.

4. Scrivere – usando la seconda lettura odierna – la seguente proposizione categorica “Qualche politico presenta le sue dimissioni”, fare la negazione della proposizione così ottenuta e riscrivere tale negazione in lingua italiana.

Risposta.

- a) La proposizione si scrive $\exists x:T (P(x)\wedge Q(x))$ dove T è il tipo di cui si parla, P sta per la proprietà “essere politico”, Q sta per la proprietà “presentare le sue dimissioni”.
- b) La negazione di quella proposizione è $\forall x:T (\neg P(x)\vee\neg Q(x))$, ossia $\forall x:T(P(x)\rightarrow\neg Q(x))$
- c) In lingua italiana la negazione di quella proposizione si scrive “Nessun politico presenta le sue dimissioni”.
5. Sia A la seguente proposizione: “Se Giovanni non partecipa a questa prova o non riceve un risultato positivo, e vuole conseguire 12 CFU in questo insegnamento, allora deve partecipare alla prova di giugno”. Analizzare A usando i connettivi classici; poi, analizzare A usando soltanto la congiunzione, la disgiunzione e la negazione classiche; infine, fare la negazione della proposizione così ottenuta e riscrivere tale negazione in lingua italiana.

Risposta.

1. Analisi di A usando i connettivi classici: $(\neg B\vee\neg C)\wedge D\rightarrow E$ dove B è “Giovanni partecipa a questa prova”, C è “Giovanni riceve un risultato positivo”, D è “Giovanni vuole conseguire 12 CFU”, E è “Giovanni deve partecipare alla prova di giugno”
2. Analisi di A usando soltanto la congiunzione, la disgiunzione e la negazione classica: $((B\wedge C)\vee\neg D)\rightarrow E$.
3. Negazione della proposizione A: $((\neg B\vee\neg C)\wedge D)\wedge\neg E$
4. Negazione della proposizione A in lingua italiana: “Giovanni non partecipa a questa prova o riceve un risultato positivo, e vuole conseguire 12 CFU in questo insegnamento, ma non deve partecipare alla prova di giugno”
10. Sia $X=\{a,b,c,d\}$ e $Y=\{e,f,g\}$. Scrivi gli elementi degli insiemi $X\cap Y$, $X\cup Y$, $X\times Y$, $\wp(X)$.

Risposta.

$X\cap Y=\emptyset$, $X\cup Y=\{a,b,c,d,e,f,g\}$,

$X\times Y=\{\langle a,e\rangle,\langle a,f\rangle,\langle a,g\rangle,\langle b,e\rangle,\langle b,f\rangle,\langle b,g\rangle,\langle c,e\rangle,\langle c,f\rangle,\langle c,g\rangle,\langle d,e\rangle,\langle d,f\rangle,\langle d,g\rangle\}$,

$\wp(X)=\{\emptyset,\{a\},\{b\},\{c\},\{d\},\{a,b\},\{a,c\},\{a,d\},\{b,c\},\{b,d\},\{c,d\},\{a,b,c\},\{a,c,d\},\{a,b,d\},\{b,c,d\},\{a,b,c,d\}\}$

11. Sia M una Macchina di Turing con queste istruzioni: $\langle s_0,1,0,R,s_0\rangle$, $\langle s_0,0,0,L,s_2\rangle$, $\langle s_2,0,1,R,s_1\rangle$, $\langle s_2,1,1,L,s_2\rangle$. Sia dato a questa macchina un nastro che abbia solo quattro caselle consecutive piene: (caselle vuote)... 00111100...(caselle vuote). Sia s_0 lo stato in cui si trova la macchina e sia la prima casella piena da sinistra a destra quella su cui è posizionato il puntatore della macchina M.

- a. Qual è il numero rappresentato sul nastro?
- b. Dopo quanti passi di computazione la macchina raggiunge lo stato s_1 ?
- c. Qual è il numero rappresentato sul nastro quando la macchina si ferma?

Risposta.

- a. *Sul nastro è rappresentato il numero 2.*
- b. *La macchina raggiunge lo stato s_1 dopo 6 passi di computazione. Dopo un passo resta nello stato s_0 , il nastro è (caselle vuote)... 00011100...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata; dopo due passi resta nello stato s_0 , il nastro è (caselle vuote)... 00001100...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata; dopo tre passi resta nello stato s_0 , il nastro è (caselle vuote)... 00000100...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata; dopo quattro passi resta nello stato s_0 , il nastro è (caselle vuote)... 00000000...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata; dopo cinque passi va nello stato s_2 , il nastro è (caselle vuote)... 00000000...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata; dopo sei passi raggiunge lo stato s_1 , il nastro è (caselle vuote)... 00000100...(caselle vuote), e il puntatore è sulla casella sottolineata.*
- c. *Quando la macchina si ferma (ossia raggiunge lo stato s_1), sul nastro è rappresentato il numero 0.*